

Wymagania edukacyjne z matematyki – poziom podstawowy

Wyróżnione zostały następujące wymagania edukacyjne: konieczne (K), podstawowe (P), rozszerzające (R), dopełniające (D) i wykraczające poza program nauczania (W). Wymienione poziomy wymagań odpowiadają ocenom szkolnym.

- Wymagania **konieczne (K)** dotyczą zagadnień elementarnych, stanowiących swego rodzaju podstawę, zatem powinny być opanowane przez każdego ucznia.
- Wymagania **podstawowe (P)** zawierają wymagania z poziomu (K) wzbogacone o typowe problemy o niewielkim stopniu trudności.
- Wymagania **rozszerzające (R)**, zawierające wymagania z poziomów (K) i (P), dotyczą zagadnień bardziej złożonych i nieco trudniejszych.
- Wymagania **dopełniające (D)**, zawierające wymagania z poziomów (K), (P) i (R), dotyczą zagadnień problemowych, trudniejszych, wymagających umiejętności przetwarzania przyswojonych informacji.
- Wymagania **wykraczające (W)** dotyczą zagadnień trudnych, oryginalnych, wykraczających poza obowiązkowy program nauczania.

Poniżej przedstawiony został podział wymagań na poszczególne oceny szkolne:

ocena dopuszczająca	–	wymagania na poziomie (K)
ocena dostateczna	–	wymagania na poziomie (K) i (P)
ocena dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P) i (R)
ocena bardzo dobra	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R) i (D)
ocena celująca	–	wymagania na poziomie (K), (P), (R), (D) i (W)

Poniżej przedstawiamy wymagania dla zakresu podstawowego. Połączenie wymagań koniecznych i podstawowych a także rozszerzających i dopełniających pozwala nauczycielowi dostosować wymagania do specyfiki klasy.

Pogrubieniem oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową dla zakresu podstawowego.

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. LICZBY RZECZYWISTE			
1. Liczby naturalne	– definicja dzielnika liczby naturalnej – definicja liczby pierwszej – cechy podzielności liczb naturalnych – definicja liczby parzystej i nieparzystej – rozkład liczby naturalnej na czynniki pierwsze – znajdowanie NWD i NWW – twierdzenie o rozkładzie liczby na czynniki pierwsze	Uczeń: – podaje przykłady liczb pierwszych, liczb parzystych i nieparzystych – podaje dzielniki danej liczby naturalnej – przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych – oblicza NWD i NWW – przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb	K P P P-R D-W
2. Liczby całkowite. Liczby wymierne	– definicja liczby całkowitej – definicja liczby wymiernej – oś liczbowa – kolejność wykonywania działań	Uczeń: – rozpoznaje liczby całkowite i liczby wymierne wśród podanych liczb – podaje przykłady liczb całkowitych i wymiernych – odczytuje z osi liczbowej współrzędną danego punktu i odwrotnie: zaznacza punkt o podanej współrzędnej na osi liczbowej – wykonuje działania na liczbach wymiernych	K K K K-P
3. Liczby niewymierne	– definicja liczby niewymiernej – konstruowanie odcinków o długościach niewymiernych	Uczeń: – wskazuje liczby niewymierne wśród podanych liczb – konstruuje odcinki o długościach niewymiernych – zaznacza na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie niewymiernej – wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi – szacuje wartości liczb niewymiernych	K P-R P-D R-D K-P

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
4. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej	– postać dziesiętna liczby rzeczywistej – metoda przedstawiania ułamków zwykłych w postaci dziesiętnej – metoda przedstawiania ułamków dziesiętnych w postaci ułamków zwykłych – reguła zaokrąglania – przybliżanie z nadmiarem i z niedomiarem – błąd przybliżenia	Uczeń: – wskazuje liczby wymierne oraz niewymierne wśród liczb podanych w postaci dziesiętnej – wyznacza rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych – wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym okresowym danej liczby – zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe – przedstawia ułamki dziesiętne okresowe w postaci ułamków zwykłych – zaokrągla liczbę z podaną dokładnością – oblicza błąd przybliżenia danej liczby oraz ocenia, czy jest to przybliżenie z nadmiarem czy z niedomiarem	K K R – D K P–R K K–P
5. Pierwiastek kwadratowy	– definicja pierwiastka kwadratowego z liczby nieujemnej – działania na pierwiastkach kwadratowych	Uczeń: – oblicza wartość pierwiastka kwadratowego z liczby nieujemnej – wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego – włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego – wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując prawa działań na pierwiastkach – usuwa niewymierność z mianownika, gdy w mianowniku występuje wyrażenie $a\sqrt{b}$, oraz szacuje przybliżoną wartość takich wyrażeń	K P–R P–R P–R P–R
6. Pierwiastek sześcienny	– definicja pierwiastka trzeciego stopnia z liczby nieujemnej – definicja pierwiastka stopnia parzystego i nieparzystego – działania na pierwiastkach	Uczeń: – oblicza wartość pierwiastka trzeciego stopnia z liczby nieujemnej – oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia – wyłącza czynnik przed znak pierwiastka – włącza czynnik pod znak pierwiastka – porównuje liczby zapisane za pomocą pierwiastków – wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach – usuwa niewymierność z mianownika ułamka, gdy w mianowniku występuje $\sqrt[3]{a}$	K K–P P–R P–R P–R P–R P–R

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagania
7. Potęga o wykładniku całkowitym	- definicja potęgi o wykładniku naturalnym - definicja potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym - twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach całkowitych	Uczeń: - oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym - porządkuje liczby zapisane w postaci potęg, korzystając z własności potęg - stosuje prawa działań na potęgach do obliczania wartości wyrażeń - stosuje prawa działań na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych - porównuje liczby zapisane w postaci potęg	P P-R P-R P-R P-R
8. Potęga o wykładniku wymiernym	- definicja potęgi o wykładniku $\frac{1}{n}$ liczby nieujemnej - definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej - prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych	Uczeń: - zapisuje pierwiastek n-tego stopnia w postaci potęgi o wykładniku $\frac{1}{n}$ - oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych - zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym - upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach	K K K-P P-R
9. Logarytm i jego własności	- definicja logarytmu dziesiętnego - definicja logarytmu o podstawie $a > 0$ i $a \neq 1$ z liczby dodatniej - własności logarytmu: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$ - twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu oraz logarytmie potęgi	Uczeń: - oblicza logarytm danej liczby - stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń - wyznacza podstawę logarytmu, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej - stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami - stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń - uzasadnia podstawowe własności logarytmów	K-P P-R P-R P-R R-D D
10. Procenty	- pojęcie procentu - pojęcie promila	Uczeń: - oblicza procent danej liczby - oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba - wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent - zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent - stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych	K P P P P-R

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
2. JĘZYK MATEMATYKI			
1. Zbiory	– sposoby opisywania zbiorów – zbiory skończone i nieskończone – zbiór pusty – definicja podzbioru – relacja zawierania zbiorów – zapis symboliczny zbiorów liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych i rzeczywistych	Uczeń: – posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony – wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące – opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór – określa relację zawierania zbiorów – wypisuje podzbiory danego zbioru	K P P-R P-R P-R
2. Działania na zbiorach	– iloczyn zbiorów – suma zbiorów – różnica zbiorów – dopełnienie zbioru	Uczeń: – posługuje się pojęciami: iloczyn, suma oraz różnica zbiorów – wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów – przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach – wyznacza dopełnienie zbioru	P P-R R-D R
3. Przedziały	– określenie przedziałów: otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, ograniczonego, nieograniczonego – zapis symboliczny przedziałów	Uczeń: – rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, ograniczony, nieograniczony – zapisuje przedział i zaznacza go na osi liczbowej – odczytuje i zapisuje symbolem przedział zaznaczony na osi liczbowej – wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami – wymienia liczby należące do przedziału spełniające zadane warunki	K K K P P-D
4. Działania na przedziałach	– iloczyn, suma, różnica przedziałów	Uczeń: – wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej – wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie	P R-D

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
5. Rozwiązywanie nierówności	– nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą – nierówności ostre i nieostre – nierówności równoważne	Uczeń: – sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności – rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym nierówności sprzeczne i tożsamościowe – zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału – stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	K K-R K P-D
6. Wyłączanie jednomianu przed nawias	– wyłączanie jednomianu przed nawias	Uczeń: – wyłącza wskazany jednomian przed nawias – zapisuje wyrażenia algebraiczne w postaci iloczynu – stosuje metodę wyłączania jednomianu przed nawias do dowodzenia podzielności liczb	K K-R P-D
7. Mnożenie sum algebraicznych	– mnożenie sum algebraicznych	Uczeń: – mnoży sumy algebraiczne – przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywania działań – wykonuje działania na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ – wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności – dowodzi podzielności liczb – rozwiązuje równania i nierówności	K-P P-R P-R P-R D-W P-D
8. Wzory skróconego mnożenia	– wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$	Uczeń: – stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów – przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ – wyprowadza wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia własności liczb	K P - D P - D R D-W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagaj
9. Zastosowanie przekształceń algebraicznych	– zastosowanie przekształceń algebraicznych do przekształcania równoważnego równań i nierówności – usuwanie niewymierności z mianownika	Uczeń: – stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań oraz nierówności – usuwa niewymierność z mianownika ułamka – stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń	P – R P–D D–W
10. Wartość bezwzględna	– definicja wartości bezwzględnej – interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej	Uczeń: – oblicza wartość bezwzględną danej liczby – upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną – rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania i nierówności z wartością bezwzględną	K–P P–R P–D
3. UKŁADY RÓWNAŃ			
1. Co to jest układ równań	– pojęcie układu równań – rozwiązanie układu równań	Uczeń: – podaje pary liczb spełniające równanie liniowe z dwiema niewiadomymi – sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań – dopisuje drugie równanie tak, aby dana para liczb spełniała dany układ równań – zapisuje podane informacje w postaci układu równań	K–P K P R–D
2. Rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania	– rozwiązywania układów równań metodą podstawiania – definicja układu równań oznaczonego, sprzecznego, nieoznaczonego	Uczeń: – rozwiązuje układ równań metodą podstawiania – określa typ układu równań (czy dany układ równań jest układem oznaczonym, nieoznaczonym czy sprzecznym) – dopisuje drugie równanie tak, aby układ równań był układem oznaczonym, nieoznaczonym lub sprzecznym	K–R K P
3. Rozwiązywanie układów równań metodą przeciwnych współczynników	– rozwiązywania układów równań metodą przeciwnych współczynników	Uczeń: – rozwiązuje układ równań metodą przeciwnych współczynników – zapisuje rozwiązanie układu równań w przypadku, gdy jest to układ nieoznaczony	K–P R

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
4. Układy równań – zadania tekstowe	– zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: – układa i rozwiązuje układ równań do zadania z treścią – rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące sytuacji praktycznych, w tym zadania dotyczące prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych	P–D R–D
4. FUNKCJE			
1. Pojęcie funkcji	– definicja funkcji – sposoby opisywania funkcji – pojęcia: dziedзина, argument, przeciwdziedzina, wartość funkcji – definicja miejsca zerowego funkcji	Uczeń: – stosuje pojęcia: funkcja, argument, dziedзина, wartość funkcji, miejsce zerowe funkcji – rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje – podaje miejsca zerowe funkcji – opisuje funkcję różnymi sposobami: za pomocą grafu, tabeli, opisu słownego – odczytuje wartość funkcji dla danego argumentu – odczytuje argumenty, dla których funkcja przyjmuje określoną wartość	K K–R K–P K–R K–P K–R
2. Szkicowanie wykresu funkcji	– wykres funkcji	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji o zadanej dziedzinie – przedstawia funkcję za pomocą wzoru – szkicuje wykres funkcji określonej nieskomplikowanym wzorem (w tym prostą, parabolę, hiperbolę) – szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach – sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji – rozpoznaje, czy dana krzywa jest wykresem funkcji – oblicza wartość funkcji dla danego argumentu	K–R P–R K–R P–D K–R K–R R
3. Monotoniczność funkcji	– definicje: funkcji rosnącej, malejącej i stałej – pojęcie funkcji monotonicznej – definicje: funkcji nierosnącej i niemalejącej – pojęcie funkcji przedziałami monotonicznej	Uczeń: – stosuje pojęcie funkcji monotonicznej (rosnącej, malejącej, stałej, nierosnącej, niemalejącej) – na podstawie wykresu funkcji określa jej monotoniczność – rysuje wykres funkcji o zadanych kryteriach monotoniczności – bada na podstawie definicji monotoniczność funkcji określonej wzorem	K K–R P–R W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
4. Odczytywanie własności funkcji z wykresu	– zbiór wartości funkcji – największa i najmniejsza wartość funkcji – znak wartości funkcji	Uczeń: – stosuje pojęcia: zbiór wartości funkcji, największa i najmniejsza wartość funkcji – odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie; maksymalne przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji oraz argumenty, dla których te wartości są przyjmowane – odczytuje z wykresu rozwiązania równań i nierówności	K-P K-D R-D
5. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OY	– metoda otrzymywania wykresów funkcji $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ oraz $y = f(x) - q$ dla $q > 0$	Uczeń: – rysuje wykresy funkcji: $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ oraz $y = f(x) - q$ dla $q > 0$	K-R
6. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX	– metoda otrzymywania wykresów funkcji $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ oraz $y = f(x + p)$ dla $p > 0$	Uczeń: – rysuje wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ oraz $y = f(x + p)$ dla $p > 0$	K-R
7. Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi OX	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = -f(x)$ – metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = -[f(x - p) + q]$	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ – szkicuje wykresy funkcji $y = -[f(x - p) + q]$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$	K-R P-R
8. Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi OY	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(-x)$	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$	K-R
9. Proporcjonalność odwrotna	– pojęcie proporcjonalności odwrotnej – współczynnik proporcjonalności odwrotnej	Uczeń: – wyznacza współczynnik proporcjonalności odwrotnej – szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a > 0$ i $x > 0$ – stosuje proporcjonalność odwrotną do rozwiązywania zadań, np. dotyczących drogi, prędkości i czasu	K K-P P-D
5. FUNKCJA LINIOWA			

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. Wykres funkcji liniowej	– definicja funkcji liniowej – wykres funkcji liniowej – współczynnik kierunkowy prostej – proste równoległe – pojęcia: pęk prostych, środek pęku – punkt przecięcia wykresu funkcji liniowej z osią OY	Uczeń: – rozpoznaje funkcję liniową, jeśli ma dany jej wzór, oraz szkicuje jej wykres – interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej i wskazuje wśród danych wzorów funkcji liniowych te, których wykresy są równoległe – wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia zadane warunki, np. jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez dany punkt – sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji liniowej – stosuje własności funkcji liniowej do obliczania pól wielokątów	K-P K P-R K-P P-R
2. Własności funkcji liniowej	– miejsce zerowe funkcji liniowej – monotoniczność funkcji liniowej – proporcjonalność prosta	Uczeń: – wyznacza miejsce zerowe i określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem – wyznacza współrzędne punktów, w których wykres funkcji liniowej przecina osie układu współrzędnych, oraz podaje, w których ćwiartkach układu znajduje się wykres – określa monotoniczność funkcji liniowej w zależności od parametru – rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalnie	K K-P P-R K-P
3. Równanie prostej na płaszczyźnie	– równanie kierunkowe prostej – równanie ogólne prostej	Uczeń: – podaje równanie kierunkowe i ogólne prostej – zamienia równanie ogólne prostej, która nie jest równoległa do osi OY, na równanie w postaci kierunkowej (i odwrotnie) – wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty – rysuje prostą opisaną równaniem ogólnym	K P-R P P
4. Współczynnik kierunkowy prostej	– współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa dane punkty – interpretacja geometryczna współczynnika kierunkowego	Uczeń: – oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej – szkicuje prostą, wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego – odczytuje wartość współczynnika kierunkowego, jeśli ma dany wykres – wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa dane punkty	K K-R P-D W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
5. Warunek prostopadłości prostych	- warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych - wyznaczanie równania prostej prostopadłej do danej prostej	Uczeń: - podaje warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych - wyznacza równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt - udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych - rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań	K P-R D-W P-R
6. Interpretacja geometryczna układu równań liniowych	interpretacja geometryczna układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego	Uczeń: - interpretuje geometrycznie układ równań - rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną - wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem prostych	K K-P P-R
7. Funkcja liniowa – zastosowania	tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne	Uczeń: - przeprowadza analizę zadania z treścią, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność liniową lub wzór funkcji liniowej - rozwiązuje ułożone przez siebie równanie (nierówność) lub analizuje własności funkcji liniowej - przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź	P-R P-R P-D
6. PLANIMETRIA			
1. Miary kątów w trójkącie	- klasyfikacja trójkątów - twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie - dwusieczna kąta, kąt przyległy, kąt zewnętrzny trójkąta - punkty specjalne w trójkącie	Uczeń: - klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów - stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań - oblicza sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta - wyznacza liczbę boków wielokąta, znając sumę miar kątów wewnętrznych - przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie oraz twierdzenia o mierze kąta zewnętrznego trójkąta	K K-R P-R P-R D

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagania
2. Trójkąty przystające	– definicja trójkątów przystających – cechy przystawiania trójkątów – nierówność trójkąta	Uczeń: – podaje definicję trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów – wskazuje trójkąty przystające – stosuje cechy przystawiania trójkątów w zadaniach na dowodzenie – stosuje nierówność trójkąta do rozwiązywania zadań	K P–R R–W P–D
3. Twierdzenie Talesa	– twierdzenie Talesa – twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa	Uczeń: – podaje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – wykorzystuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do rozwiązywania zadań – wykorzystuje twierdzenie Talesa do podziału odcinka w danym stosunku – przeprowadza dowód twierdzenia Talesa – przeprowadza dowody twierdzeń z zastosowaniem twierdzenia Talesa	K P–D R–D W W
4. Wielokąty podobne	– definicja wielokątów podobnych – skala podobieństwa – zależność między obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa	Uczeń: – rozumie pojęcie figur podobnych – oblicza długości boków w wielokątach podobnych – wykorzystuje zależności między obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań – udowadnia elementarne własności wielokątów podobnych	K K–R K–D D–W
5. Trójkąty podobne	– cechy podobieństwa trójkątów	Uczeń: – podaje cechy podobieństwa trójkątów – sprawdza, czy dane trójkąty są podobne – oblicza długości boków trójkąta podobnego do danego w danej skali – układa odpowiednią proporcję, aby wyznaczyć szukane długości boków trójkątów podobnych – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania zadań, udowadnia podobieństwo trójkątów, stosując cechy podobieństwa	K K–P K–R P–D R–W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
6. Pola wielokątów podobnych	– zależność między polami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa	Uczeń: – wykorzystuje zależności między polami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań	K-D
7. Twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	– twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	Uczeń: – wykorzystuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań – przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie oraz inne dowody, stosując twierdzenie o dwusiecznej	K-D W
7. FUNKCJA KWADRATOWA			
1. Wykres funkcji $f(x) = ax^2$	– wykres i własności funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie $a \neq 0$	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ – podaje własności funkcji $f(x) = ax^2$ – stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań	K K P-R
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ wzdłuż osi OX i OY	– metoda otrzymywania wykresów funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ – własności funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ – współrzędne wierzchołka paraboli – równanie osi symetrii paraboli	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ i podaje ich własności – stosuje własności funkcji: $f(x) = ax^2 + q$, $f(x) = a(x - p)^2$, $f(x) = a(x - p)^2 + q$ do rozwiązywania zadań	K-P R

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
3. Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej	– postać ogólna funkcji kwadratowej – postać kanoniczna funkcji kwadratowej – trójmian kwadratowy – wyróżnik trójmianu kwadratowego – współrzędne wierzchołka paraboli – wzory – rysowanie wykresu funkcji kwadratowej postaci $f(x) = ax^2 + bx + c$	Uczeń: – podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej – oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego – oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii – przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem uzupełniania do kwadratu lub wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli) i szkicuje jej wykres – przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej – wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu – wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli	K K K P–R P P–R W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
4. Równania kwadratowe (1)	– pierwiastki równania kwadratowego – metoda rozwiązywania równań kwadratowych przez rozkład na czynniki – interpretacja geometryczna rozwiązań równania kwadratowego	Uczeń: – stosuje wzory skróconego mnożenia oraz metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu – rozwiązuje równanie kwadratowe za pomocą rozkładu na czynniki – interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego – wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych	K K–R K K–P
5. Równania kwadratowe (2)	– zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego – wzory na pierwiastki równania kwadratowego	Uczeń: – określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika – rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki – interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika a i wyróżnika Δ – wykorzystuje poznane wzory do szkicowania wykresu funkcji kwadratowej	K K–R K P–D

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
6. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (1)	– definicja postaci iloczynowej funkcji kwadratowej – twierdzenie o istnieniu postaci iloczynowej funkcji kwadratowej	Uczeń: – definiuje postać iloczynową funkcji kwadratowej i warunek jej istnienia – sprawdza, czy funkcję kwadratową można zapisać w postaci iloczynowej – zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej – odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postaci iloczynowej – przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej	K P P K–P P
7. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (2)	– oś symetrii paraboli i jej związek z miejscami zerowymi funkcji kwadratowej	Uczeń: – wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności – zapisuje w każdej z trzech możliwych postaci wzór funkcji kwadratowej przedstawionej za pomocą wykresu	P–D P –R
8. Nierówności kwadratowe	– metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych	Uczeń: – wyjaśnia związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego – rozwiązuje nierówność kwadratową – wykorzystuje nierówności kwadratowe do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności, w szczególności wyznacza dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje pierwiastek kwadratowy – zaznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych	K K–P R –D R–D
9. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych	– równanie dwukwadratowe – rozwiązywanie równań metodą podstawiania	Uczeń: – rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych – wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą	K P–D
10. Układy równań	– sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia – sieczna paraboli, styczna do paraboli	Uczeń: – rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej – podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli	K–R P–D

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
11. Funkcja kwadratowa – zastosowania (1)	– zastosowanie funkcji kwadratowej – najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym	Uczeń: – stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji – wyznacza wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym – stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych	K P–D P–D
12. Funkcja kwadratowa – zastosowania (2)	– tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne	Uczeń: – przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisującą daną zależność – znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki – przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź – rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej	P–R P–R P–D D
2. WIELOMIANY			
1. Stopień i współczynniki wielomianu	– definicje jednomianu, dwumianu, trójmianu, wielomianu – stopień jednomianu i wielomianu – współczynniki wielomianu, wyraz wolny wielomianu – pojęcie wielomianu zerowego – porządkowanie wielomianu	Uczeń: – rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników – zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach – zapisuje wielomian w sposób uporządkowany – oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu – wyznacza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu – sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu – wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki	K K K K–P P K–P P–R

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów	– dodawanie wielomianów – odejmowanie wielomianów – stopień sumy i różnicy wielomianów – wielomian dwóch (trzech) zmiennych	Uczeń: – wyznacza sumę wielomianów – wyznacza różnicę wielomianów – określa stopień sumy i różnicy wielomianów – szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego – odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu – wyznacza sumę i różnicę wielomianów wielu zmiennych – stosuje wielomian do opisanego np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu – oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów	K K K–P R P–R R R R
3. Mnożenie wielomianów	– mnożenie wielomianów – stopień iloczynu wielomianów	Uczeń: – określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia – wyznacza iloczyn danych wielomianów – podaje współczynnik przy najwyższej potęgde oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów – wyznacza iloczyn wielomianów wielu zmiennych	K K–R P R
4. Wzory skróconego mnożenia	– wzory skróconego mnożenia: $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$ – wzory: $a^n - 1$ oraz $a^n - b^n$	Uczeń: – stosuje wzory na sześcianną sumę lub różnicę oraz wzory na sumę lub różnicę sześcianną – przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości sześcianną – wyprowadza wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń – wykorzystuje wzory skróconego mnożenia do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności	K–P P–D K–P R D–W R–D

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
5. Rozkład wielomianu na czynniki (1)	– rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów – twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki	Uczeń: – wyłącza wspólny czynnik przed nawias – stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki – wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki – zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia – rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów	K K P–R P–R R–D
6. Rozkład wielomianu na czynniki (2)	– zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześcianów – metoda grupowania wyrazów	Uczeń: – stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianu na czynniki – stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki	K–R P–R
7. Równania wielomianowe	– pojęcie pierwiastka wielomianu – równanie wielomianowe	Uczeń: – rozwiązuje równanie wielomianowe – wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów – podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki	K–D K–D K–D
8. Dzielenie wielomianów	– algorytm dzielenia wielomianów – podzielność wielomianów	Uczeń: – dzieli wielomian przez dwumian $x - a$ – stosuje schemat Hornera – zapisuje wielomian w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r$ – sprawdza poprawność wykonanego dzielenia – przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku	K R–D K K–P W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
9. Twierdzenie Bézouta	– twierdzenie o reszcie – twierdzenie Bézouta	Uczeń: – sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia – wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$ – sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki – wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian – sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia – przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta	K K K–P P R–D W
10. Pierwiastki całkowite wielomianu	– twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu	Uczeń: – wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych – rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu – stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu do rozkładu wielomianu na czynniki – przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu	K K–P R W
11. Wielomiany – zastosowania	– zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: – opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu – rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe	P–R P–D
3. FUNKCJE WYMIERNE			

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	– hiperbola – wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ – asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji – własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz podaje równania asymptot jej wykresu – szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ w podanym zbiorze – odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli – wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki	K P–R P R
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi OY	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = \frac{a}{x} + q$	Uczeń: – dobiera wzór funkcji do jej wykresu – szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x} + q$, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu – wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki	K–P K–P P–R
3. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi OX	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = \frac{a}{x-p}$	Uczeń: – dobiera wzór funkcji do jej wykresu – szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p}$, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu – wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki – szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ i wyznacza równania jej asymptot – wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku – przekształca wzór funkcji danej w postaci $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $x \in \mathbf{R} \setminus \left\{-\frac{d}{c}\right\}$ i $c \neq 0$, do postaci $f(x) = \frac{r}{x-p} + q$, gdzie $x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}$ i $r \neq 0$, oraz szkicuje jej wykres	K K–P P–R R–D D W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
4. Wyrażenia wymierne	- wyrażenie wymierne - dziedzina wyrażenia wymiernego - funkcja wymierna	Uczeń: - wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego - oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej - upraszcza wyrażenia wymierne - wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej - określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek kwadratowy	K–R K K–R P D
5. Mnożenie i dzielenie wyrażen wymiernych	- mnożenie i dzielenie wyrażen wymiernych - dziedziny iloczynu i ilorazu wyrażen wymiernych	Uczeń: - wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażen wymiernych - mnoży wyrażenia wymierne, podając ich iloczyn w najprostszej postaci - dzieli wyrażenia wymierne, podając ich iloraz w najprostszej postaci	K–R K–R K–R
6. Dodawanie i odejmowanie wyrażen wymiernych	- dodawanie i odejmowanie wyrażen wymiernych - dziedziny sumy i różnicy wyrażen wymiernych - przekształcenia wzorów	Uczeń: - wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażen wymiernych - dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, podając ich sumę i różnicę w najprostszej postaci - przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną	K K–R P–R
7. Równania wymierne (1)	równania wymierne typu $\frac{u(x)}{w(x)} = 0$	Uczeń: - rozwiązuje równania wymierne typu $\frac{u(x)}{w(x)} = 0$, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia - rozwiązuje równania wymierne, stosując wzory skróconego mnożenia, i podaje odpowiednie założenia	K–R P–R
8. Równania wymierne (2)	równania wymierne, wymagające przekształcania wyrażen wymiernych	Uczeń: - rozwiązuje równania wymierne, przekształcając wyrażenia wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia - podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego	P–R D

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
9. Równania z wartością bezwzględną	– równania z wartością bezwzględną	Uczeń: – rozwiązuje równania postaci $ x - a = b$, wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań typu $ ax + b = c$ – rozwiązuje proste równania wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej	K–P P–D R
10. Nierówności z wartością bezwzględną	– nierówności z wartością bezwzględną	Uczeń: – rozwiązuje nierówności postaci: $ x - a < b$, $ x - a \leq b$, $ x - a > b$, $ x - a \geq b$, wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania nierówności typu: $ ax + b < c$, $ ax + b \leq c$, $ ax + b > c$, $ ax + b \geq c$ – rozwiązuje proste nierówności wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej	K–P P–D R
11. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1)	– zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: – wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (także osadzonych w kontekście praktycznym)	K–D
12. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2)	– zastosowanie zależności $t = \frac{s}{v}$ $\left(s = vt, v = \frac{s}{t}\right)$	Uczeń: – wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem	P–D
4. TRYGNOMETRIA			
1. Trójkąty prostokątne	– twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa – wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego	Uczeń: – podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego – stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych – korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego – przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa	K P–D P–R W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	– definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego – wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°	Uczeń: – podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60° – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach – dowodzi zależności między wartościami funkcji trygonometrycznych kątów ostrych	K P K P–R W
3. Trygonometria – zastosowania	– odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów w tablicach – odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej	Uczeń: – odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartości kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych	K P–R
4. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	– rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	Uczeń: – rozwiązuje trójkąty prostokątne – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w trójkątach i czworokątach	K–P P–D
5. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	– podstawowe tożsamości trygonometryczne – zależności między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym: $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$	Uczeń: – podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów α i $90^\circ - \alpha$ – wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich – sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności – stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne – uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi – przeprowadza dowody podstawowych tożsamości trygonometrycznych	K P–R P–R P–D R–D W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
6. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (1)	– ramię początkowe, ramię końcowe kąta – kąt wypukły, kąt rozwarty – funkcje trygonometryczne kąta wypukłego	Uczeń: – określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku – stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego – znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych	K K–P R R
7. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (2)	– zależności: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$, $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$	Uczeń: – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135° – korzysta z tablic i przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych do wyznaczenia miary kąta rozwartego	K–P K–P
8. Pole trójkąta	– wzory na pole trójkąta $(P = \frac{1}{2}ah, P = \frac{1}{2}absin\gamma, \text{ wzór Herona})$ – wzór na pole trójkąta równobocznego	Uczeń: – podaje różne wzory na pole trójkąta – oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór – wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów – dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{1}{2}absin\gamma$	K P–R R–D R
9. Pole czworokąta	– wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu	Uczeń: – rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności – podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu – oblicza pola czworokątów – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach – uzasadnia związki miarowe w czworokątach	K K K–R K–D R–W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
5. PLANIMETRIA			
1. Okrąg	– długość okręgu – kąt środkowy – długość łuku okręgu – wzajemne położenie okręgów	Uczeń: – rozpoznaje kąty środkowe w okręgu – oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu, stosuje poznane wzory do obliczania obwodów figur – określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów – określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami – wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań	K K K–P K–P P–R
2. Koło	– pole koła – pole wycinka koła – pierścień kołowy – odcinek koła	Uczeń: – podaje wzory na pole koła i pole wycinka koła – stosuje poznane wzory do obliczania pól figur – oblicza pole figury, wykorzystując styczność okręgów	K K P–R
3. Wzajemne położenie okręgu i prostej	– styczna do okręgu – sieczna okręgu – twierdzenie o odcinkach stycznych	Uczeń: – określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu – stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu	K P–D P–R
4. Kąty w okręgu	– pojęcie kąta wpisanego – twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia – twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – twierdzenie o cięciwach	Uczeń: – rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte – stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia – stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań – stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach – formułuje twierdzenia dotyczące kątów w okręgu i dowodzi ich prawdziwości – przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach	K K–R K–R R–D D–W W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
5. Okrąg opisany na trójkącie	- okrąg opisany na trójkącie - promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym - wzór na pole trójkąta $P = \frac{abc}{4R}$	Uczeń: - rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym oraz prostokątnym - rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie - stosuje wzór $P = \frac{abc}{4R}$ - dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{abc}{4R}$	K-D P-D P-D D
6. Okrąg wpisany w trójkąt	- okrąg wpisany w trójkąt - wzór na pole trójkąta $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$	Uczeń: - rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny oraz prostokątny - rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt - stosuje wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ - dowodzi prawdziwości wzoru $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$	K-P P-D D-W P-D D
7. Wielokąt foremny	- wielokąt foremny - miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego - promień okręgu opisanego na sześciokącie foremnym - promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny	Uczeń: - rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności - wyznacza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego - wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych - uzasadnia i stosuje zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny	K-P P-R P-R D-W
8. Twierdzenie sinusów	twierdzenie sinusów	Uczeń: - stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów - stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym - przeprowadza dowód twierdzenia sinusów	K-D P-D W
9. Twierdzenie cosinusów (1)	twierdzenie cosinusów	Uczeń: - stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów - przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów	K-D W

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
10. Twierdzenie cosinusów (2)	- długości boków trójkąta a miary kątów leżących odpowiednio naprzeciwko tych boków - twierdzenie o najdłuższym boku trójkąta	Uczeń: - wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta - bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny - stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	K R P–D

	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA			
1. Potęga o wykładniku wymiernym – powtórzenie	- definicja potęgi o wykładniku $\frac{1}{n}$ liczby nieujemnej - definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej - prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych	Uczeń: - zapisuje pierwiastek n-tego stopnia w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku $\frac{1}{n}$ - oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych - zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym	K K K–P
2. Potęga o wykładniku rzeczywistym	- poglądowe określenie potęgi liczby dodatniej o wykładniku rzeczywistym - twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach rzeczywistych	Uczeń: - zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym - upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach, i oblicza ich wartość - szacuje wartości potęg o wykładnikach rzeczywistych - stosuje w zadaniach twierdzenie o działaniach na potęgach	K P–R P–R P–D
3. Funkcja wykładnicza	- definicja funkcji wykładniczej - wykres funkcji wykładniczej - własności funkcji wykładniczej	Uczeń: - oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów - sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej - szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności - porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej - wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres	K K K–P P–R P

4. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej	- przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych - przekształcenie wykresu funkcji wykładniczej przez symetrię względem osi układu współrzędnych	Uczeń: - szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej, i podaje jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując złożenia przekształceń: przesunięcia wzdłuż osi układu współrzędnych i symetrię względem osi OX, i podaje ich własności - wyznacza wartość współczynnika, dla której wykres danej funkcji przechodzi przez podany punkt - odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności - wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji	K–P K–P P–R P P–R P–R
5. Logarytm	- definicja logarytmu - własności logarytmu: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$, $\log_a a^x = x$, $a^{\log_a b} = b$, gdzie: $a > 0$, $a \neq 0$, $b > 0$	Uczeń: - oblicza logarytm danej liczby - stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczania jego wartości - wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej - udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$	K–P P–R P–R D
6. Logarytm dziesiętny	pojęcie logarytmu dziesiętnego	Uczeń: - odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych - oblicza wartości wyrażeń, stosując własności logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego	K K–P
7. Logarytm iloczynu i logarytm ilorazu	twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu	Uczeń: - stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami - stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do uzasadniania równości wyrażeń - udowadnia twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu	K–R P–R W
8. Logarytm potęgi	twierdzenie o logarytmie potęgi	Uczeń: - stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami - stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń	K–R

		- udowadnia twierdzenie o logarytmie potęgi	R-D W
9. Funkcja logarytmiczna	- definicja funkcji logarytmicznej - wykres funkcji logarytmicznej - własności funkcji logarytmicznej	Uczeń: - szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności - wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu - wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie - odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności - rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem	K P P P-R R-D
10. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej	- przesunięcie wykresu funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych - przekształcenie wykresu funkcji logarytmicznej przez symetrię względem osi układu współrzędnych	Uczeń: - szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej, i podaje jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując złożenia przekształceń: przesunięcia wzdłuż osi układu współrzędnych i symetrię względem osi OY, i określa jej własności	K-P K-P P-R
11. Funkcje wykładnicza i logarytmiczna – zastosowania	- wzrost wykładniczy - rozpad promieniotwórczy	Uczeń: - wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego	P-D
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA			
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	- wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych	Uczeń: - oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych - stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych	K P-D
2. Środek odcinka	- wzór na współrzędne środka odcinka	Uczeń: - wyznacza współrzędne środka odcinka, jeśli dane są współrzędne jego końców - wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca - stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych	K P-D

			P–D
3. Odległość punktu od prostej	wzór na odległość punktu od prostej	Uczeń: - oblicza odległość punktu od prostej - oblicza odległość między prostymi równoległymi - stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów	K P P–D
4. Okrąg w układzie współrzędnych (1)	- równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych - równanie okręgu w postaci kanonicznej	Uczeń: - podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu - sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu - podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt - wyznacza równanie okręgu, jeśli dane są współrzędne końców jego średnicy - wyznacza równanie okręgu wpisanego w kwadrat i opisanego na kwadracie, prostokącie lub trójkącie prostokątnym - stosuje równanie okręgu w zadaniach	K–P K–P K P P R–D R–D
5. Okrąg w układzie współrzędnych (2)	równanie okręgu w postaci kanonicznej	Uczeń: wyznacza równanie okręgu spełniającego podane warunki	P–D
6. Wzajemne położenie dwóch okręgów	okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne	Uczeń: - określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami - oblicza promień okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego równaniem	R R R
7. Wzajemne położenie okręgu i prostej	- styczna do okręgu - sieczna okręgu	Uczeń: - podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z jego promieniem - korzysta z własności stycznej do okręgu - podaje równania stycznych do okręgu, równoległych do osi układu współrzędnych	P P – R P
8. Układy równań – powtórzenie	interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań	Uczeń: rozwiązuje algebraicznie układ równań i podaje interpretację geometryczną rozwiązania	K – R

		wyznacza punkty wspólne prostej i paraboli; podaje interpretację geometryczną rozwiązania	P – R
9. Punkty wspólne prostej i okręgu (1)	rozwiązanie algebraiczne i interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu o środku w początku układu współrzędnych, a drugie – równaniem prostej	Uczeń: - rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których jedno opisuje prostą, a drugie – okrąg o środku w początku układu współrzędnych - rozwiązuje zadania dotyczące wielokątów wpisanych w dany okrąg	P – R P – R
10. Punkty wspólne prostej i okręgu (2)	rozwiązanie algebraiczne i interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu, a drugie – równaniem prostej	Uczeń: - rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem okręgu, a drugie – równaniem prostej - stosuje układy równań do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów	P – R P – D
11. Symetria osiowa	- definicja symetrii osiowej - figury osiowosymetryczne - symetria względem osi układu współrzędnych	Uczeń: - wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych - sprawdza, czy odcinki są symetryczne względem osi układu współrzędnych - stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach	K K K – P K – P P – R P – D
12. Symetria środkowa	- definicja symetrii środkowej - figury środkowosymetryczne - symetria względem początku układu współrzędnych	Uczeń: - wskazuje figury środkowosymetryczne - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych - stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej	K K K – P K – P P – D
3. CIĄGI			
1. Pojęcie ciągu	definicja ciągu	Uczeń:	

	- ciąg liczbowy - wykres ciągu - wyraz ciągu	- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie - szkicuje wykres ciągu	K-P K-P K-P
2. Sposoby określania ciągu	- sposoby określania ciągu - wzór ogólny ciągu	Uczeń: - wyznacza wzór ogólny ciągu, jeśli danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym - wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek - wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	P K-P P-R R-D
3. Ciągi monotoniczne	- definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki - uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny - wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym - bada monotoniczność ciągu, korzystając z jego definicji - wyznacza wartość parametru zawartego we wzorze ciągu tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	K-P K-P K-P P-R R-D
4. Ciągi określone rekurencyjnie	- określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: - wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie - wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, jeśli dany jest jego wzór ogólny - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	K-P P-R R-D
5. Ciąg arytmetyczny (1)	- definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy - wzór ogólny ciągu arytmetycznego - monotoniczność ciągu arytmetycznego - własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, jeśli dane są jego pierwszy wyraz i różnica - określa monotoniczność ciągu arytmetycznego - wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, jeśli dane są dowolne dwa jego wyrazy - stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu - wyznacza wartości niewiadomych, tak aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	K K-P K-P P P-R P-R P-D
6. Ciąg arytmetyczny (2)	- zastosowanie własności ciągu arytmetycznego w zadaniach	Uczeń: - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym	P-R

		- udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej - stosuje własności ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu	D P-D
7. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (1)	- wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu, w tym tekstowych	K-P P-R
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (2)	- zastosowanie wzorów na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego - uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	P-R R-D R-D
9. Ciąg geometryczny (1)	- definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu - wzór ogólny ciągu geometrycznego - własności ciągu geometrycznego	Uczeń: - podaje przykłady ciągów geometrycznych - wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz - wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	K K-P P P-R
10. Ciąg geometryczny (2)	- monotoniczność ciągu geometrycznego - pojęcie średniej geometrycznej	Uczeń: - określa monotoniczność ciągu geometrycznego - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym - stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego - stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	K-P P-D P-R P-D
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	- wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	Uczeń: - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu	K-P P-R
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	- własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego	Uczeń: - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego	P-D

13. Procent składany	- procent składany - kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji - stopy procentowe nominalna i efektywna	Uczeń: - oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji - oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania - oblicza oprocentowanie lokaty - ustala okres oszczędzania - rozwiązuje zadania związane z kredytami	K-P R-D P-R P-R R-D
4. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	- pojęcie średniej arytmetycznej	Uczeń: - oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych - oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną	K K-R P-D
2. Mediana, skala centylowa i dominanta	- pojęcie mediany - pojęcie skali centylowej - pojęcie dominanty	Uczeń: - wyznacza medianę i dominantę zestawu danych - odczytuje informacje ze skali centylowej - wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę	K P-R K-R P-D
3. Odchylenie standardowe	- pojęcie wariancji - pojęcie odchylenia standardowego	Uczeń: - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami	K-P P-D
4. Średnia ważona	- pojęcie średniej ważonej	Uczeń: - oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami - stosuje w zadaniach średnią ważoną	K-P P-D
Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA			
1. Reguła mnożenia	- reguła mnożenia - prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: - wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia - stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek - przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia	K-P K-R P-R

2. Permutacje	– definicja permutacji – definicja symbolu $n!$ – liczba permutacji zbioru n-elementowego	Uczeń: – wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru – oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru – przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni – wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań	P P–R P P–D
3. Wariacje bez powtórzeń	– definicja wariacji bez powtórzeń – liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań	R P–D
4. Wariacje z powtórzeniami	– definicja wariacji z powtórzeniami – liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań	P–R P–D
5. Reguła dodawania	– reguła dodawania	Uczeń: – stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań	K–R P–D
6. Zdarzenia losowe	– pojęcie zdarzenia elementarnego – pojęcie przestrzeni (zbioru) zdarzeń elementarnych – pojęcie zdarzenia losowego – wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu – zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe – suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych – zdarzenia wykluczające się – zdarzenie przeciwne	Uczeń: – określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia – podaje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu – określa zdarzenie niemożliwe i zdarzenie pewne – wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się	K–P K–P K–P R–D P–P
7. Prawdopodobieństwo klasyczne	– pojęcie prawdopodobieństwa – klasyczna definicja prawdopodobieństwa	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa – stosuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje i wariacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	K–D K–D

8. Prawdopodobieństwo klasyczne – zadania		Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa	K–D
9. Rozkład prawdopodobieństwa	– rozkład prawdopodobieństwa – prawdopodobieństwo zdarzenia jako suma prawdopodobieństw zdarzeń elementarnych	Uczeń: – podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutów kostką lub monetą (symetryczną i niesymetryczną)	K–P
10. Własności prawdopodobieństwa	– własności prawdopodobieństwa: 1. $P(A) \geq 0$ oraz $P(A) \leq 1$ 2. $P(\emptyset) = 0$, $P(\Omega) = 1$ 3. Jeżeli $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$ 4. $P(A') = 1 - P(A)$ – inne własności prawdopodobieństwa: 1. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. 2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń wykluczających się. 3. Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$.	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego – stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają – stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa	K P–R P–R D–W
11. Wartość oczekiwana zmiennej losowej	– definicja zmiennej losowej – definicja rozkładu zmiennej losowej – definicja wartości oczekiwanej – definicja gry sprawiedliwej	Uczeń: – przedstawia za pomocą tabeli rozkład zmiennej losowej – oblicza wartość oczekiwaną gry – rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa	K–P P R
2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROSŁUPY			

1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	– wzajemne położenie dwóch płaszczyzn – wzajemne położenie dwóch prostych – proste skośne – prostopadłość prostych w przestrzeni – wzajemne położenie prostej i płaszczyzny – rzut prostokątny na płaszczyznę – twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny	Uczeń: – przedstawia graniastosłupy na rysunkach – wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne – wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę – przeprowadza wnioski dotyczące położenia prostych w przestrzeni	K K K–P R–D
2. Graniastosłupy	– graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły – powierzchnia boczna graniastosłupa – wysokość graniastosłupa – prostopadłościan – graniastosłup prawidłowy – pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa – siatki sześcianu	Uczeń: – przedstawia graniastosłupy na rysunkach – określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa – sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi – wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego – rysuje siatkę graniastosłupa prostego – stosuje wzory na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej do rozwiązywania zadań	K K K–P K P–R K P–R
3. Odcinki w graniastosłupach	– przekątna graniastosłupa – długość przekątnej prostopadłościanu	Uczeń: – oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa – uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych prostopadłościanów	K–P P–D D–W
4. Objętość graniastosłupa	– wzór na objętość graniastosłupa	Uczeń: – oblicza objętość graniastosłupa prostego – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów	K–P D–W

5. Ostrosłupy	– ostrosłup prosty – ostrosłup prawidłowy – wysokość ostrosłupa, spodek wysokości – kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego – czworościan foremny – pole powierzchni ostrosłupa	Uczeń: – przedstawia ostrosłupy na rysunkach – wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup – oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę – rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa	K K K–P K–P K–P K–R
6. Objętość ostrosłupa	– wzór na objętość ostrosłupa – wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego	Uczeń: – oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów	K–P P–D D–W
7. Kąt między prostą a płaszczyzną	– pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	Uczeń: – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną – wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)	K–R K–R P–D
8. Kąt dwuścienny	– pojęcie kąta dwuściennego – miara kąta dwuściennego	Uczeń: – wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów – rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	K P–D P–D
9. Przekroje prostopadłościanów	– różne przekroje prostopadłościanu	Uczeń: – wskazuje przekroje prostopadłościanu – oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii) – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów prostopadłościanu (również z wykorzystaniem trygonometrii)	P–R D D–W
Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań
3. BRYŁY OBROTOWE			

1. Walec	– pojęcie walca – podstawa, wysokość oraz tworząca walca – wzór na pole powierzchni całkowitej walca – przekrój osiowy walca – wzór na objętość walca	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące walec – zaznacza przekrój osiowy walca – oblicza pole powierzchni całkowitej walca – oblicza objętość walca – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca	K K K–R K–R P–R P–D D–W
2. Stożek	– pojęcie stożka – podstawa, wierzchołek, wysokość oraz tworząca stożka – wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka – przekrój osiowy stożka – kąt rozwarcia stożka – wzór na objętość stożka	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące stożek – zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka – oblicza pole powierzchni całkowitej stożka – oblicza objętość stożka – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka	K K K–R K–R P–D P–D D–W
3. Kula	– kula i sfera – przekroje kuli, koło wielkie – pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli – wzór na pole powierzchni kuli – wzór na objętość kuli	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę – zaznacza przekroje kuli – oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli	K–P K K–R P–D D–W
4. Bryły podobne	– bryły podobne – skala podobieństwa brył podobnych	Uczeń: – wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – wykorzystuje podobieństwo brył do rozwiązywania zadań i skalę podobieństwa brył podobnych	P P–D
4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE			

1. Dowody w algebrze (1)	– budowa twierdzenia – implikacja: poprzednik, następnik; założenie i teza twierdzenia – twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych – twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych za pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności	P–D
2. Dowody w algebrze (2)	– dowód metodą równoważnego przekształcania tezy – zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną	Uczeń: – stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych – dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną	P–D K–D
3. Dowody nie wprost	– dowodzenie nie wprost	Uczeń: – uzasadnia niewymierność liczby, stosując dowód nie wprost	K–D
4. Dowody w geometrii (1)	– cechy przystawania trójkątów	Uczeń: – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje przystawanie trójkątów do dowodzenia twierdzeń	K P–D
5. Dowody w geometrii (2)	– cechy podobieństwa trójkątów – twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	Uczeń: – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do dowodzenia twierdzeń – dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym – wykorzystuje związki miarowe w trójkątach do dowodzenia twierdzeń	P–D P–D P–D